

1 動画のタイトル

石狩浜の夕日から地球の大きさを求める簡単実験と計算

2 動画製作者

前野 紀一 (サイエンスアイ)

3 動画の概要

大人より子どもの方が夕日は早く沈みます。こうなるのは地球が丸いため、という考えをもとに、どれだけ早く沈むかを表す理論式を中学校で勉強する数学で求めます。次に、実際に石狩浜の夕日で時間を測定し、この式から地球の大きさを計算します。

4 動画の解説

石狩浜は西に向いているので、水平線に沈む美しい夕日を見ることができます。そこで質問。夕日はだれでも同じ時刻に見えるのでしょうか？ 答えはノーです。夕日は、正確には、大人よりも子どものほうが早く沈みます。なぜでしょうか？ 答えは、地球が丸いからです。地球は丸いため、水平線は背の高い大人のほうが遠くにあります。そのため、夕日の沈む時刻がすこし遅くなるのです。

この答えが正しいかどうかは、簡単な実験で確かめることができます。また、遅くなる時間をはかれば、地球の大きさを求めることもできます。実験場所は、石狩浜のどこでもよいのですが、ここでは遠浅で砂浜の「あそびーち石狩」で実験をおこなってみましょう。

4-1. 石狩浜の夕日で実験

実験に必要なもの：① メジャー (2メートルまではかれるもの)。

② ストップウォッチ (ストップウォッチ付きの時計やスマホでもよい)。

実験の準備：① 水際近くに立ち、足元から目の高さまでの距離 (H) をはかり記録する。

② 足元と高さ H の 2 か所で、夕日が水平線に沈む時間をはかる準備をする。

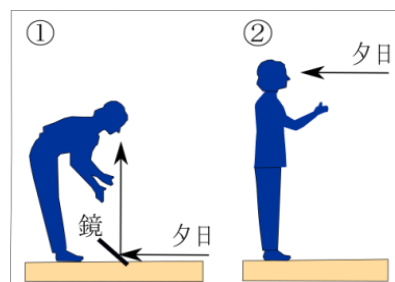
(ヒント) 足元で水平線に沈む夕日を見るために、鏡を 45 度に立てておくと寝ころぶ必要がありません(右図①)。

実験の順序：① 足元の高さで夕日が水平線に沈む瞬間にストップウォッチをスタート。

② 目の高さ H で夕日が水平線に沈む瞬間にストップウォッチをストップ。時間 T を記録する。

(ヒント) 時間 T はおよそ 9 秒~13 秒ほどの短い時間です。

①から②の動作は、あわてずに、落ち着いておこなってください。



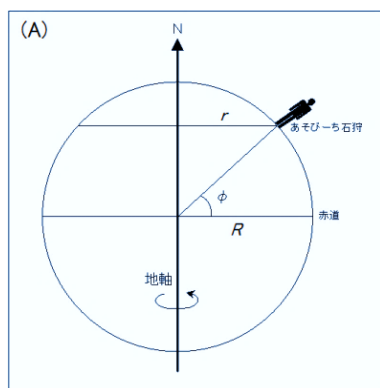
4-2. 石狩浜の夕日の実験結果から地球の半径を計算

地球の半径 (R) は、実験で求めた距離 (H) と時間 (T) を下の式に入れて求めます。どちらの式を使ってもかまいません。

$$R = \frac{H \cos(TW)}{0.728(1 - \cos(TW))} \quad (1) \quad \text{あるいは} \quad R = \frac{H(1 + \sqrt{1 + (TW)^2})}{0.728(TW)^2} \quad (2)$$

式の中の W は地球の自転の速さです。地球の自転は 1 日 1 回転ですから $W = 360 \text{ 度/日} = 4.166 \times 10^{-3} \text{ 度/秒}$ です。角度をラジアンであらわすと、 $360 \text{ 度} = 2\pi \text{ ラジアン}$ ですから、 $W = 7.272 \times 10^{-5} \text{ ラジアン/秒}$ とも書けます。式(2)にはこの値を使います。

4-3. 石狩浜の夕日から地球の大きさを計算する式



中学校で勉強する数学を使えば、石狩浜の夕日から地球の大きさを計算する式(1)と式(2)を求めることができます。それほど難しくありませんから、チャレンジしてみてください。

まず、地球は丸いのですから、図(A)のように半径 R の球とします。地球は地軸のまわりを 1 日 1 回転しています。ですから、赤道では半径 R の円を 1 日 1 回転、「あそびーち石狩(緯度 $\phi = 43 \text{ 度 } 14 \text{ 分 } 53 \text{ 秒}$)」では半径 r の円を 1 日 1 回転していることとなります。「あそびーち石狩」の

回転半径 r と地球の半径 R の関係は、図(A)から

$$r = R \cos \phi = 0.728R \quad (3)$$

です。

図(B)は地球を北極の上空から見た図です。「あそびーち石狩」は地軸(O)を中心に左に回転しています。太陽の光は右からです。

「あそびーち石狩」に立っている人の足元 A はあと少しでも左に回転すれば、太陽の光が届かなくなるのですから、ちょうど夕日が沈む瞬間です。

すこし時間(T)がたつと角度 θ だけ回転します。この瞬間がこの人の目の高さ B から見た水平線に夕日が沈む時刻です。

さて、図(B)で、ABO は直角三角形です。三角関数で書きあらわすと

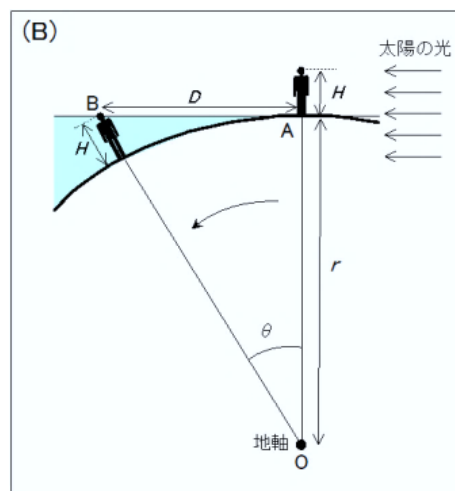
$$\cos \theta = \frac{r}{r + H} \quad (4)$$

です。 θ は時間 T の間に回転した角度ですから $\theta = TW$ 、したがって式(4)は

$$r = \frac{H \cos(TW)}{1 - \cos(TW)} \quad (5)$$

となります。式(5)と式(3)から、地球の半径の式(1)が求まります。

地球の半径の式は、別の方法で求めることもできます。それは「三平方の定理」を使う方法です。図(B)の直角三角形(ABO)に「三平方の定理」を使うと



$$r^2 + D^2 = (r + H)^2 \quad (6)$$

です。\$D\$ は時間 \$T\$ の間に進んだ距離ですから \$D \cong rTW\$ です。これを式 (6) にいれると \$r\$ の二次方程式になります。二次方程式の解はよく知られており、

$$r = \frac{H(1 + \sqrt{1 + (TW)^2})}{(TW)^2} \quad (7)$$

となります。式 (7) と式 (3) から、地球の半径の式 (2) が求まります。

なお、時間 \$T\$ の間に進んだ距離は実際は曲線ですが、ここではそれが直線 \$D\$ にほぼ等しいと考えました。それは、二つの違いが地球の大きさに比べると無視できるほど小さいからです。

式 (6) から求まる \$r\$ の二次方程式をここには書きませんでした。自分で計算してみてください。

4-4. おわりに

今回は、足元と目の高さ (\$H\$) で夕日を観察し、日が沈む時刻の違い (\$T\$) をはかりました。しかし、足元で夕日が沈む時刻を正確にはかるのは簡単ではありません。実験としては、むしろ子どもと大人の目の高さ (\$H_{\text{子ども}}\$ と \$H_{\text{大人}}\$) で夕日を観測し、沈む時刻の差 (\$T\$) を求める方がずっと簡単です。ただ、この場合は未知数が 3 個の三元連立方程式を解かなければなりません。計算が少し複雑となり中学生にはちょっと難しいかもしれないため、今回の形にしました。数学が好きな人は、力試しにこの計算にチャレンジしてみるとよいでしょう。

この実験では、長さや時間の測定がポイントです。測定の精度を高めるために、実験を 1 日だけでなく何日かおこなったり、背の高さが違う何人かが一緒におこなったり、あるいはタワー等を使うとより多くのデータが集まり精度が高まるでしょう。

皆さんがそれぞれ工夫して得た実験データは大切に保管してください。たとえば下のようなデータ・シートを作っておき、その場で記入すると安全です。

年 月 日	実験者名	目の高さ (\$H\$)	時 間 (\$T\$)	メモ
2020.06.20	a	1.21 m	9.92 s	
"	b	1.46 m	10.90 s	

今年の「第 10 回科学の祭典 in 石狩」は新型コロナウイルス感染症の拡大を防ぐためオンライン開催となりました。この夕日の実験と計算は、このイベントの動画の一つとして企画したものです。そのため計算には市内の「あそび一ち石狩」の緯度を使っています。しかし、計算式は地球上どこでも使えます。ほかの場所で使う場合は緯度 (\$\phi\$) をその場所の値にかえてください。動画や解説にわからないことや質問のある方はメールで連絡ください。 2020 年 11 月 サイエンスアイ <http://science2005.g1.xrea.com/>

前野 紀一 maenony@ybb.ne.jp or science_iii@yahoo.co.jp